Exercícios de integração

2009/10

Obtenha uma primitiva F da função

$$f(x) = \frac{2e^{-x}}{1 - e^{2x}}$$

definida no intervalo $]0, +\infty[$ *e tal que* $\lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$.

Seria possível obter uma primitiva G de f definida em $]-\infty, 0[$ e com limite finito quando $x \to -\infty$? Justifique a sua resposta.

Obtenha uma primitiva F da função

$$f(x) = \frac{2e^{-x}}{1 - e^{2x}}$$

definida no intervalo $]0, +\infty[$ *e tal que* $\lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$.
Seria possível obter uma primitiva G de f definida em $]-\infty, 0[$ *e com limite finito quando* $x \to -\infty$*? Justifique a sua resposta.*

Seja g uma função definida em $\mathbb{R}^+$ que satisfaz as condição $g(1) = 1$ e $g'(x^2) = x^3, x > 0$. Calcule $g(4)$.

Calcule $\int_{-1}^{3} t^3(4+t^3)^{-1/2}dt$ *sabendo que*

$$\int_{-1}^{3}(4+t^3)^{1/2}dt = 11.35.$$

Seja g uma função definida e contínua em $\mathbb{R}$ tal que

$$g(1) = 5 \quad e \quad \int_0^1 g(t)dt = 2.$$

Seja f a função definida em $\mathbb{R}$ por

$$f(x) = \frac{1}{2}\int_0^x (x-t)^2 g(t)dt.$$

Mostre que f admite derivadas contínuas em $\mathbb{R}$ até à 3ª ordem e calcule $f''(1)$ e $f'''(1)$.

Calcule:

1. $\lim_{x \to 0} \dfrac{\int_0^x \sin t^5 \, dt}{\int_0^x \sin t^2 \, dt}$
2. $\lim_{x \to 0} \dfrac{x \int_0^x e^{-t^2} \, dt}{1 - e^{-t^2}}$

Calcule:

1. $\lim_{x \to 0} \dfrac{\int_0^x \sin t^5 \, dt}{\int_0^x \sin t^2 \, dt}$
2. $\lim_{x \to 0} \dfrac{x \int_0^x e^{-t^2} \, dt}{1 - e^{-t^2}}$